



۱) مسئله‌ی Multi-Cut (MC): یک گراف بدون جهت $G = (V, E)$ با وزن‌های نامنفی $c_e > 0$ برای $e \in E$ و k زوج رأس‌های (s_1, t_1) ، (s_2, t_2) تا (s_k, t_k) و یک مقدار آستانه‌ی δ داده شده اند. می‌خواهیم بدانیم که آیا یک زیرمجموعه‌ی $F \subseteq E$ با هزینه‌ی حداکثر δ ($\sum_{e \in F} c_e \leq \delta$) وجود دارد به طوری که با حذف F از گراف s_i و t_i (برای هر i از ۱ تا k) از هم جدا شوند (مسیری بین آن‌ها نباشد). توجه کنید که برای $k = 1$ مسئله همان min-cut معروف است.

نشان دهید که مساله‌ی MC ان پی تمام است، حتی اگر G درخت باشد. از مسئله‌ی VC استفاده کنید.

۲) مسئله‌ی زیر را تعریف می‌کنیم:

HALF-CLIQUE = $\{ \langle G \rangle \mid G \text{ is an undirected graph having a complete subgraph with at least } |V(G)|/2 \text{ vertices} \}$

که در آن $\langle G \rangle$ یک نمایش گذشته‌ی مناسب برای G است. نشان دهید که HALF-CLIQUE یک مسئله‌ی NP-Complete است.

۳) گونه‌ی محدودی از مسئله‌ی «صدق‌پذیری» (satisfiability) که در آن هر متغیر (خود یا نقیض آن) حداکثر در k عبارت (clause) آمده باشد در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید که این مسئله برای $k = 3$ نیز NP-تمام است.

ب) نشان دهید که این مسئله برای $k = 2$ راه‌حل چند جمله‌ای دارد.

۴) مسایل ۱۷.۱، ۳-۳۴.۵ و ۴-۳۴ را از کتاب CLRS حل کنید.